

POLYNOME ET FRACTION RATIONNELLE

Exercice 1 :

Parmi les expressions suivantes, reconnaître celles qui sont des polynômes et préciser leurs degrés :

a) $f(x) = (x\sqrt{3} - 1)(x^2 + p)$

b) $f(x) = \sqrt{x^4 - 5x^2 + 7}$

c) $f(x) = \frac{x^4 - 81}{x^2 + 9}$

d) $f(x) = \frac{-1}{2}x^4 + \frac{7}{x} + x^2;$

e) $f(x) = 3x^6 - |x| + 5.$

Exercice 2 :

Dans chacun des cas déterminer le degré et les coefficients de P(x) :

1. $P(x) = -3x^4 + x^3 + 20x^2 + 5x - 10$

2. $P(x) = x^3 - 2x + 6$

3. $P(x) = -x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 3x - 2$

4. $P(x) = 2x^4 - x^2 + 1$

Exercice 3 :

Factoriser par la méthode d'identification les polynômes P, Q et R définis par :

$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$; (a = -1)

$Q(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$; (a = -2)

$R(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$; (a = 1)

Exercice 4 :

Factoriser les polynômes suivants par la méthode de Horner

a) $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$; $\alpha = 2$

b) $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 9$; $\alpha = -3$

c) $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 5x - x$; $\alpha = -1$

d) $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$; $\alpha = 1$

Exercice 5:

Soient les polynômes P(x), Q(x) et R(x) définis par :

$P(x) = -2x^3 + 7x^2 - 7x + 2,$

$Q(x) = 3x^3 + 10x^2 - 21x + 20$

$R(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 50$

1) Calculer: P(1); Q(-5) et R(2) puis conclure. Factoriser P(x), Q(x) et R(x)

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, $P(x) = 0$; $Q(x) = 0$ et $R(x) = 0$

Exercice 6 :

On considère le polynôme suivant :

$$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 14x^2 + 16x + 24$$

1. Calculer $P(3)$ et $P(-1)$.
2. Factoriser $P(x)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$.

Exercice 7 :

1. Déterminer le domaine de définition de la fraction rationnelle $F(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) $F(x) = \frac{2x^3 - 4x^2 + 7x - 3}{x^2 + x + 2}$

b) $F(x) = \frac{-4x^2 + 7x - 3}{-x^2 + x + 2}$

c) $F(x) = \frac{-4x^2 + 7x - 3}{x^2 + 2x + 1}$

d) $F(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + x + 7}{x^2 - x - 2}$

2. Simplifier les fractions rationnelles suivantes :

a. $F(x) = \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{-5x^2 + 2x + 7}$

b. $F(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{3x^2 - 2x - 1}$

Exercice 8 :

1). On donne le polynôme : $P(x) = ax^3 + bx^2 - 18x + c$; avec a , b et c des réels.

Détermine a , b et c sachant que : $P\left(\frac{1}{2}\right) = 0$; $P(0) = 8$ et $P(2) = 0$.

2) Dans la suite, on considère que : $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 18x + 8$

- a. Factorise $P(x)$.
- b. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $P(x) = 0$.
- c. Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $P(x) \leq 0$.

3) Soit $G(x) = \frac{P(x)}{x^2 - x - 2}$.

- a. Déterminer le domaine de définition de $G(x)$.
- b. Simplifier $G(x)$.
- c. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $G(x) > 0$.